

■学部■■■■■■■■■■■学科■年  
学籍番号■■■■■■■■■■■ 名列番号■■■■  
■■■ ■■■

物理学最前線 I 第■回出題レポート  
(■■■■■教授出題)

0, フラクタルとは何か？ (予問)

まず、フラクタルとは何か。1975年、フランスの数学者ブノワ・マンデルブロ (Benoît Mandelbrot) が考案した幾何数学における概念の事である。図形において全体と部分が相似、すなわち任意の一部を抽出して拡大しても拡大前と同じ図形が出現し、逆に縮小して全体を見回しても縮小前と同じ図形が出現する事を言う。このような自己相似性の性質を示す図形をフラクタル、もしくはフラクタル図形という。大学の入試問題でも出題されており、数列、級数、複素数平面などを統合的に扱う分野として利用されて、面白く回答できたのを覚えている。

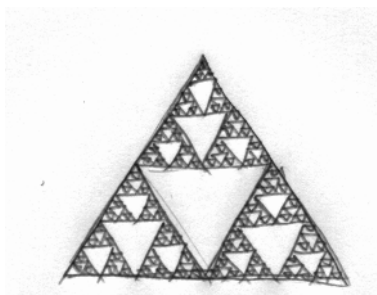
フラクタルという概念の利用は、物理学、生物学など自然界の様々な場面で利用される。具体的には例を挙げれば、海岸線がフラクタル図形とされる。海岸線は広域地図上で複雑に入り組んだ形をしているが、さらに拡大した地図を用意すると、その中にまた同様の複雑に入り組んだ形が現れる。他には、雪の結晶、鳥の羽の付き方、樹木の枝振り、気象、脳波など、多くの自然界の形がフラクタルを成している。

最近では、フォトニックフラクタルと呼ばれることになる立方体 (立方体の各辺を3等分し、中心を空けるという規則を繰り返したフラクタル図形) が、原理は不明だが電磁波を一定時間とどめている事に成功したと、「光を閉じこめる箱」として報道されたのが目新しい。当時、高校物理を習う最中であった私でも、劇的なものだと震撼したのを覚えている。

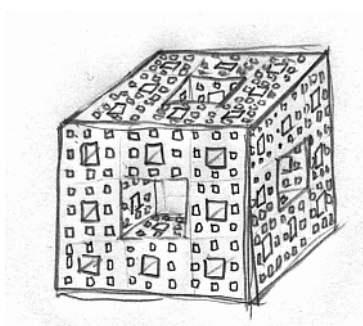
1, フラクタル次元とは何か？

フラクタルにおける複雑さの指標の事である。その単純な計算方法は、 $n$ 個に分割し、 $n$ 個の同じものを形成したとき、 $m$ 個の相似図形が形成されるとすると、フラクタル次元は $n$ を底とした $m$ の対数として表される。1以下であればあれば点状、1以上2以下ば平面状、2以上3以下であれば立体であるとされる。

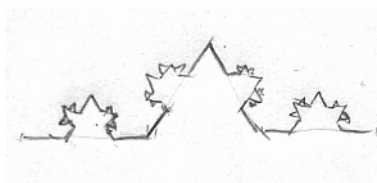
2, フラクタル図形の例を挙げよ (たとえばカントール集合など)



(A) シェルピンスキーのギヤスケット



(B) フォトニックフラクタル (シェルピンスキーのカーペットの立体)



(C) コッホ曲線

\* 図はあくまでイメージのために用意したものです。

3, 2で挙げたフラクタル図形のフラクタル次元を求めよ。

(A) シェルピンスキーのギヤスケット

2等分し ( $n=2$ )、3つの三角形ができる ( $m=3$ ) ので、

$$p = \log_2 3 = \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2} = \frac{0.4771}{0.3010} = 1.585$$

よって、1.59次元。

(B) フォトニックフラクタル

3等分し ( $n=3$ )、20個の立方体ができる ( $m=20$ ) ので、

$$p = \log_3 20 = \frac{\log_{10} 20}{\log_{10} 3} = \frac{1.301}{0.4771} = 2.727$$

よって、2.73次元。

(C) コッホ曲線

3等分し ( $n = 3$ )、4つの図形ができる ( $m = 4$ ) ので

$$p = \log_3 4 = \frac{\log_{10} 4}{\log_{10} 3} = \frac{0.6021}{0.4771} = 1.262$$

よって、1.26 次元。

#### 参考文献

ウィキペディア百科事典 <http://ja.wikipedia.org/>

とっちゃんずる〜む <http://www.biwa.ne.jp/~k-tochi/index.html>

なお、15 程のHP、ニュースを検索、閲覧したが、このレポートの作成に関係が薄い、もしくは重複する内容であったものは記載していない。